

Методика оцінки граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів

Уривський Л.А., Пешкін А.М.

Інститут телекомунікаційних систем, НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна

Background. Error-correcting codes choice for the channels with defined parameters is a complex task, which on practice is not always been solved by optimality criterion. Based on family of standards 802.11, DVB-T it can be observed, that with new version releases (802.11ac, DVB-T2) there was a transition from less effective codes (convolutional codes, Reed-Solomon codes) to more effective block codes – LDPC codes. Thus to make right choice of error-correcting code not only traditional experience should be used, but informational efficiency assessment methodology, which makes possible to diverse error-correcting codes by the criteria of informational efficiency.

Objective. The aim of the paper is the assessment of boundary informational efficiency of error-correcting codes.

Methods. Combining of classical Zyuko informational efficiency assessment methodology with developed synthesis methodology of optimal error-correcting codes by the criteria of maximum approach to the Shannon bound.

Results. Boundary informational efficiency line of error-correcting codes is found, which enables to assess minimal information losses while approaching necessary reliability.

Conclusions. Found boundary informational efficiency line may be used to assess concrete error-correcting codes. One of the most efficient class of codes is shown as an example – BCH codes, which are fairly distanced from informational efficiency bound.

Keywords: informational efficiency; Shannon bound; Plotkin bound; productivity; throughput; BCH codes.

Вступ

Аналіз тенденцій розвитку систем кодування в сучасних телекомунікаційних стандартах дозволяє зробити висновок, що вибір завадостійких кодів для каналів зв'язку з певними властивостями є складною задачею, яка не завжди вирішується на практиці за критеріями оптимальності. На прикладі сімейства стандартів безпроводового широкопasmового доступу 802.11, стандартів цифрового телебачення DVB-Тможна побачити, щоз оприлюдненням нових версій (802.11ac, DVB-T2) [1] відбувся перехід від менш ефективних за критеріями інформаційної ефективності та завадостійкості кодів (згорткових кодів та кодів Ріда-Соломона) до більш ефективних блокових кодів – кодів LDPC. Під інформаційною ефективністю мається на увазі міра наближення продуктивності джерела повідомлень R' до границі Шеннона – пропускної здатності каналу зв'язку C . Тому, для вибору завадостійкого коду слід використовувати не лише традиційний практичний досвід, а й методи оцінки інформаційної ефективності, завдяки яким можна розрізняти коди за показником інформаційної ефективності.

Постановка задачі

Нехай заданий дискретний канал зв'язку (рис.1), який характеризується наступними параметрами:

- V_S – швидкість передачі бітів джерела 1;

- k – кількість символів в блоці повідомлення на виході джерела повідомлень 1;

- n – кількість символів в блоці повідомлення на виході кодера 2;

- $r_C = k / n < 1$ – швидкість кодування, яка залежить від типу коду;

- V_S / r_C – перетворення швидкості передавання символів джерела V_S в бік збільшення як результат надлишковості завадостійкого коду на виході кодера 2;

- m – кратність маніпуляції дискретних сигналів у модуляторі 3 (кількість біт у символі при використанні багатопозиційної маніпуляції);

- $M = 2^m$ – позиційність маніпуляції у модуляторі 3;

- $V_C = V_S / (r_C * m)$ – швидкість передачі маніпульованих символів на виході модулятора 3 і далі у каналі 4;

- h^2 – показник енергетичного стану на виході каналу зв'язку 4 як відношення потужності сигналу, пропорційної його енергії та оборотно пропорційної швидкості передавання символів в каналі V_C , до потужності завади 5 на виході каналу зв'язку – на вході демодулятора 6;

- $p_6 = f(h^2)$ – ймовірність помилки символів на виході каналу зв'язку, яка є функцією показника енергетичного стану h^2 на вході декодера 7;

$P=10^{-6}$ – задані вимоги до достовірності прийому символів джерела на входу пристрою одержувача повідомлень 8.

Швидкість кодування r_C та кратність маніпуляції m є інформаційними характеристиками відображеного на рис.1 каналу зв'язку.

Приведемо співвідношення для границі Шеннона яка визначає пропускну здатність C дискретного каналу зв'язку [2]:

$$C = V_c \left[\log M + p_6 \log \frac{p_6}{M-1} + (1 - p_6) \log(1 - p_6) \right] \quad (1)$$

З виразу (1) можна бачити, що пропускну здатність C , яка є максимально можливою швидкістю передачі символів у каналі зв'язку із заданими характеристиками, залежить від ймовірності помилки p_6 , типу модуляції та швидкості передачі символів у каналі зв'язку. Зазначимо, що пропускну здатність ніяк не пов'язана і не залежить від параметрів завадостійкого кодування.

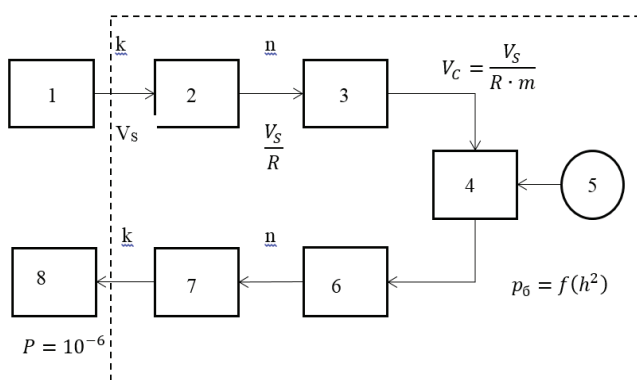


Рис.1. Модель дискретного каналу зв'язку з завадами: 1 – джерело повідомлень, 2 – кодер, 3 – модулятор, 4 – канал зв'язку, 5 – джерело завад, 6 – демодулятор, 7 – декодер, 8 – пристрій одержувача повідомлень.

Множник у прямих дужках виразу (1) відповідає взаємній ентропії одного символу джерела, або кількості інформації, яка залишилось після передачі символу по каналу зв'язку з завадами. Зобразимо кількісне значення взаємної ентропії одного символу джерела на рис.2.

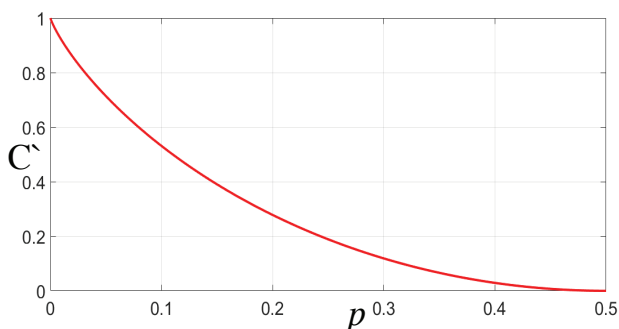


Рис.2. Взаємна ентропія одного символу джерела

Визначимо продуктивність джерела повідомлень [2]:

$$R' = V_s [1 + P \log P + (1 - P) \log(1 - P)]. \quad (2)$$

Продуктивність є фактичною швидкістю передачі інформації від джерела. Вона залежить від швидкості передачі інформації джерела та достовірності на виході декодера. Тобто, на відмінну від пропускну здатності C , продуктивність R' залежить від параметрів завадостійкого кодування, адже достовірність P є продуктом перетворення ймовірності помилки в каналі завадостійкого кодування.

Згідно теореми Шеннона для дискретного каналу з завадами, якщо продуктивність джерела R' менша пропускну здатності C в одиницю часу дискретного каналу з завадами, то при будь-якому $\delta > 0$ існує спосіб кодування та декодування джерела та каналу, при якому повідомлення передаються одержувачу з ймовірністю помилки, яка менша за δ , та в середньому без зростаючих затримок у часі. Якщо $R' > C$, то такого способу кодування не існує.

Слід зазначити, що в згаданій теоремі мова не йде про те, як обрати завадостійкий код, а також про те, що наслідком використання завадостійкого коду є збільшення символів, що передаються по каналу зв'язку, а отже зменшення достовірності передавання символів по каналу зв'язку (збільшення показника p_6) і, як наслідок, зменшення пропускну здатності каналу зв'язку C (див.рис.2).

Тоді показник інформаційної ефективності може бути визначений як відношення продуктивності джерела повідомлень (2) до пропускну здатності каналу зв'язку (1) [3-4]:

$$\eta = \frac{R'}{C} \quad (3)$$

Завдання полягає в тому, щоб за рахунок вибору відповідних показників кодування забезпечити потрібну завадостійкість повідомлень, що передаються (досягнути значення P) з одночасним досягненням максимального значення показника (3) при відомих характеристиках каналу зв'язку. При цьому важливо оцінити граничну інформаційну ефективність завадостійких кодів, за межами якої не можна покращити значення показника (3).

Вирішення задачі

Перепишемо співвідношення (3), використовуючи вирази (1) і (2), а також враховуючи співвідношення, яке встановлює залежність швидкості передачі інформації від джерела та у каналі:

$$V_s = V_c \cdot r_c \cdot m \quad (4)$$

Тоді вираз (3) буде мати вигляд:

$$\eta = \frac{R \cdot m \cdot [1 + P \cdot \log P + (1 - P) \cdot \log(1 - P)]}{\left[\log M + p_6 \cdot \log \frac{p_6}{M-1} + (1 - p_6) \cdot \log(1 - p_6) \right]} \quad (5)$$

Для обчислення виразу (5) не вистачає значення кодової швидкості, яка залежить як від значення ймовірності помилки на виході каналу зв'язку p_6 , яка, в свою чергу, залежить від типу модуляції (параметра m), а також від необхідної ймовірності помилки на виході декодера P :

$$R = f(p_6, P) \quad (6)$$

Найкращий гіпотетично можливий код має, по-перше, забезпечити необхідну достовірність, по-друге, мати найбільшу кодову швидкість, тобто $r_C = r_{C_{\max}}$.

Необхідну виправну здатність коду можна обчислити, використовуючи співвідношення для біноміального розподілу [5]:

$$P = \frac{\sum_{j=t+1}^n C_n^j \cdot p_6^j \cdot (1 - p_6)^{n-j}}{n} \quad (7)$$

Вираз (7) дозволяє для кожного значення довжини кодового блоку n при фіксованому значенні P отримати на підставі ітеративної процедури значення виправної здатності коду t (кількість виправлених помилок у блоці n) при заданих значеннях p_6 і P .

Наступним кроком необхідно знайти значення потрібної швидкості кодування r_C для заданого n та знайденого за допомогою (7) значення t . Для цього можна скористатись границями завадостійкого кодування Плоткіна та Варшимова-Гільберта.

Границя Плоткіна визначає максимально можливу виправну здатність, або інформаційну ефективність (у випадку, коли вихідними даними є виправна здатність) і визначається наступним співвідношенням:

$$r_C \leq 1 - \frac{m d - 1 - \log_m d}{n} \quad (8)$$

де m – кратність маніпуляції (кількість біт у символі, що передається по каналу зв'язку),

d – кодова відстань Хеммінга, яка визначається за виразом:

$$d \geq 2t + 1. \quad (9)$$

Границя Варшимова-Гільберта визначає гарантовано існування коду із заданими показниками виправної здатності. Розглянемо умови її існування.

Нехай існує (n, k) – код з мінімальною відстанню d , тоді такий код задовольняє наступну нерівність:

$$n - k \leq \log_2 \sum_{i=0}^{d-2} C_{n-1}^i. \quad (10)$$

Вираз (10) показує, що при фіксованих значеннях k і t має існувати код, що гарантовано виправляє $t = \frac{d-1}{2}$ помилок, та кількість надлишкових

символів якого не перевищує певного значення, що обчислюється згідно з правою частиною виразу.

Зобразимо границі Плоткіна та Варшимова-Гільберта у координатах завадостійкості ($d/2n$, r_C), як це показано на рис. 3.

Отже, границя Варшимова-Гільберта є границею існування завадостійких кодів, а границя Плоткіна є границею максимально можливих завадостійких властивостей надлишкових кодів.

Це значить, що найкращі завадостійкі коди знаходяться між границями Варшимова-Гільберта і Плоткіна, а завадостійких кодів за границею Плоткіна не існує.

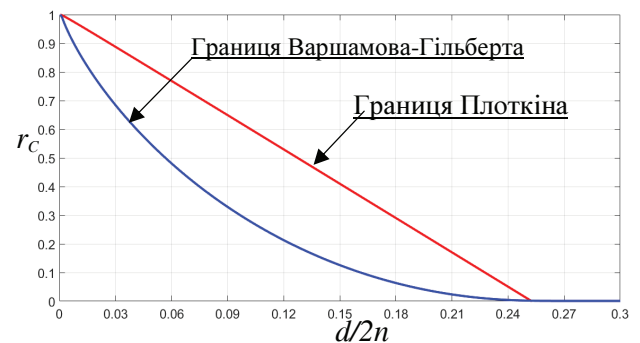


Рис.3. Границі Плоткіна та Варшимова-Гільберта у координатах завадостійкості для $n=1023$

Тому, для побудови граничної інформаційної ефективності доцільне використання границі Плоткіна.

Побудуємо, користуючись виразами (1)...(3) залежність граничної інформаційної ефективності від ймовірності помилки в каналі зв'язку p_6 для випадку використання блокового коду з довжиною блоку $n = 1023$, в бінарному каналі ($M = 2$, $m = 1$) при вимозі досягнення необхідної достовірності декодованого повідомлення $P = 10^{-6}$ (рис.4)

Залежність на рис.4. дає відповідь на питання, яка максимально можлива інформаційна ефективність може бути досягнута при заданих параметрах каналу та необхідній достовірності для кожної ймовірності помилки.

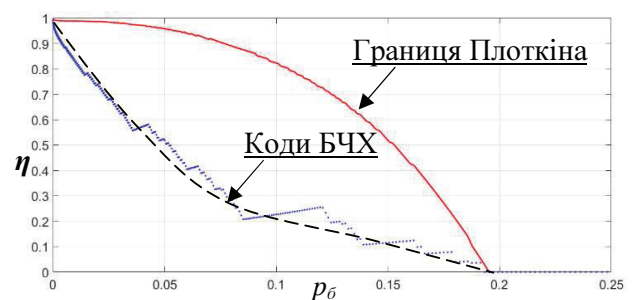


Рис.4. Гранична інформаційна ефективність кодової конструкції для $n=1023$, $m=1$, $P=10^{-6}$, зображена разом із кодами БЧХ

Наприклад, для ймовірності помилки $p_6 = 0,155$ не існує завадостійкого коду з довжиною блока $n = 1023$, який дозволив би передавати повідомлення джерела зі швидкістю, більшою ніж половина пропускної здатності каналу, за умови, що повідомлення передаються з достовірністю $P = 10^{-6}$.

Із рис.4 також можна бачити, що для випадку ймовірності помилки у каналі зв'язку $p_6 = 0,2$ не існує завадостійкого коду, здатного забезпечити вказану достовірність та передавати повідомлення джерела зі швидкістю, не рівною нулю.

Проте, згідно теореми Шеннона, для будь-якої ймовірності помилки завжди має існувати завадостійкий код, здатний забезпечити необхідну достовірність. В розглянутому випадку є обмеження по довжині кодового блоку, а, значить, для зазначених ймовірностей помилки у каналі зв'язку p_6 існують відповідні завадостійкі коди, але вони повинні мати більше значення n .

Крім того, для кожного значення ймовірності помилки p_6 на рис.4 відображена інформаційна ефективність відповідних кодів БЧХ, які здатні забезпечувати задану у прикладі достовірність $P = 10^{-6}$. Зазначимо, що для кожного p_6 обиралися параметри найефективнішого коду, для якого швидкість кодування $r_c = r_{c\max}$.

З рис.4 видно, що використання кодів БЧХ, які відносяться до класу найефективніших кодів та використовуються у останніх версіях стандартів безпроводового зв'язку (наприклад, DVB-T), приводить до зниження інформаційної ефективності у разі, порівнюючи з гіпотетично можливими кодами, які лежать на границі Плоткіна. Як показано в [6], значно більш ефективними за значенням критерієм є наддовгі коди LDPC ($n > 64000$), які розташовані значно ближче до границі Плоткіна – отже, й до границі Шеннона), ніж БЧХ-коди. Коди LDPC притаманні новітній версії стандарту DVB-T2 [1].

Висновки

В даній статті наведена методика побудови граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів. Для цього наведена модель дискретного каналу зв'язку з завадами. Інформаційна ефективність обчислена, як відношення продуктивності джерела повідомлень до пропускної здатності дискретного каналу зв'язку, щой визначається границею Шеннона. Для визначення продуктивності джерела повідомлень

використовується співвідношення біноміального розподілу та границя завадостійкого кодування Плоткіна.

Результуюча лінія граничної ефективності завадостійких кодів побудована у координатах каналної ймовірності помилки. Її можна використовувати для оцінки ефективності використання конкретних завадостійких кодів у каналі з заданими параметрами та вимогами до достовірності. Разом із лінією граничної інформаційної ефективності на шкалу нанесені, як приклад, значення кодів БЧХ. Це ілюструє співвідношення значень інформаційної ефективності одного з найефективніших класів завадостійких кодів порівняно з теоретично можливими кодами, які знаходяться на границі Плоткіна.

Література

1. Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). – Standard ETSI EN 302 755 V1.4.1 (2015-02). – 2015. – 193 p.
2. Gallager R.G. Information Theory and Reliable Communication / J.Wiley Inc. – NY: 1968. – 719 p.
3. Zyuko A. G. Pomehoustoychivost i effektivnost sistemsvyazi. – M. : Svyaz, 1972. – 360 s.
4. Uryvskiy L.A., Prokopenko K.A., Moshinskaya A.V. Modifitsirovannaya metodika otsenki effektivnosti system peredachi informatsii // Nauchnyie vesti NTUU "KPI", 2010, Kiev, Ukraine. — K., 2010. — s. 24...29.
5. Pieshkin A.M. Comparison of methods for the synthesis of error-correcting code parameters to assess their noise immunity properties / 4th International Scientific Conference of Physics and technological problems of wireless devices, telecommunications, nano- and microelectronics, 23-25 October 2014, Chernivtsi , Ukraine – p.p. 95...96.
6. Uryvskiy L.A., Osypchuk S.A. Comparative analysis of LDPC and BCH codes error-correcting capabilities. –Journal of Information & Telecommunication Sciences. – № 1, 2014. – p.p. 5...9.
7. Urivsky L.A., Pieshkin A.M. Assessment of bound correcting abilities of convolutional codes based on equivalent parameters of block codes // Abstracts of the 7th International Scientific and Practical Conference «Problems in Telecommunications-2013». – p.p. 350...353.

Надійшла до редакції 16.09.2016

Уривський Л.А., Пешкін А.М.

Методика оцінки граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів

Проблематика. Вибір завадостійких кодів для каналів зв'язку з певними властивостями є складною задачею, яка не завжди вирішується на практиці за критеріями оптимальності. На прикладі сімейства стандартів 802.11, DVB-T можна побачити, що з оприлюдненням нових версій (802.11ac, DVB-T2) відбувся перехід від менш ефективних за критеріями інформаційної ефективності та завадостійкості кодів (згорткових кодів та кодів Ріда-Соломона) до більш ефективних блокових кодів – кодів LDPC. Тому, для вибору завадостійкого коду слід використовувати не лише традиційний практичний досвід, а й методи оцінки інформаційної ефективності, завдяки яким можна розрізнити коди за показником інформаційної ефективності.

Мета досліджень. Оцінка граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів

Методика реалізації. Поєднання класичної методики оцінки інформаційної ефективності Зюко разом із розробленою методикою синтезу оптимальних завадостійких кодів за критерієм максимального наближення до границі Шеннона

Результати досліджень. Знайдено лінію граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів, яка дозволяє оцінити мінімальні втрати інформації при досягненні необхідної завадостійкості.

Висновки. Отримана лінія граничної інформаційної ефективності завадостійких кодів може бути використана для оцінки ефективності використання конкретних завадостійких кодів. Як приклад зображений клас одних з найефективніших кодів – БЧХ, які суттєво віддалені від границі інформаційної ефективності.

Ключові слова: інформаційна ефективність; границя Шеннона; границя Плоткіна; продуктивність; пропускна здатність; коди БЧХ.

Уривский Л.А., Пешкин А.М.

Методика оценки граничной информационной эффективности помехоустойчивых кодов

Проблематика. Выбор помехоустойчивых кодов для каналов с определенными свойствами является сложной задачей, которая не всегда на практике решается по критериям оптимальности. На примере семейства стандартов 802.11, DVB-T можно увидеть, что с выходом новых версий (802.11ac, DVB-T2) произошел переход от менее эффективных по критериям информационной эффективности и помехоустойчивости кодов (сверточных кодов и кодов Рида-Соломона) к более эффективным блочным кодам – кодам LDPC. Поэтому для выбора помехоустойчивого кода следует использовать не только традиционный практический опыт, но и методы оценки информационной эффективности, благодаря которым можно различать коды по показателю информационной эффективности

Цель исследований. Оценка граничной информационной эффективности помехоустойчивых кодов.

Методика реализации. Соединение классической методики оценки информационной эффективности Зюко с разработанной методикой синтеза оптимальных помехоустойчивых кодов по критерию максимального приближения к границе Шеннона

Результаты исследований. Найдена линия граничной информационной эффективности помехоустойчивых кодов, которая позволяет оценить минимальные потери информации при достижении требуемой помехоустойчивости

Выводы. Полученная линия граничной информационной эффективности помехоустойчивых кодов может быть использована для оценки эффективности использования конкретных помехоустойчивых кодов. В качестве примера отображен класс одних из наиболее эффективных кодов – БЧХ, которые существенно отдалены от границы информационной эффективности.

Ключевые слова: информационная эффективность; граница Шеннона; граница Плоткина; производительность; пропускная способность; коды БЧХ.